با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها

همه چیز
برای موفقیت
تو!

- دانلود رایگان آزمون های آزمایشی قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...
- دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس
- دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی (نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی
- دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی و شب امتحانی

کافیست هر فایلی که نیاز دارید را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir

t.me/irantooshe

گام به گام ریاضی هشتم
فصل پنجم

عنوان فصل: بردار و مختصات

از صفحه‌ی ۶۹ تا صفحه‌ی ۸۲ کتاب

در این فایل پاسخ فعالیت‌ها، کارهای کلاسی، تمرین‌ها و پرسش‌های فصل بردار و مختصات آمده است.

مباحث فصل: جمع بردارها، ضرب عدد در بردار، بردارهای واحد مختصات

تهیه‌شده در ایران‌توشه، توشه‌ای برای موفقیت

irantooshe.ir

فهرست پرسش‌ها

۱ صفحه ۷۰ · فعالیت — مسیر حرکت و بردار ۴

۲ صفحه ۷۰ · فعالیت — روبات و جمع دو حرکت ۴

۳ صفحه ۷۱ · کار در کلاس — جمع برداری و جمع مختصاتی ... ۵

۴ صفحه ۷۱ · فعالیت — بردارهای مساوی و جابه‌جایی جمع ... ۵

۵ صفحه ۷۲ · فعالیت — جمع سه بردار و روش‌های مختلف جمع ... ۶

۶ صفحه ۷۲ · کار در کلاس — رسم جمع بردارها و بردار صفر ... ۶

۷ صفحه ۷۳ · فعالیت — تجزیه‌ی بردار ۷

۸ صفحه ۷۳ · تمرین — کشیدن قایق با دو طناب ۷

۹ صفحه ۷۳ · تمرین — جمع برداری در شکل و حل تساوی مختصاتی ... ۷

۱۰ صفحه ۷۴ · فعالیت — ضرب عدد در بردار ۸

۱۱ صفحه ۷۵ · کار در کلاس — رسم ضرب عدد در بردار ۸

۱۲ صفحه ۷۵ · فعالیت — ترکیب ضرب و جمع بردارها ۹

۱۳ صفحه ۷۶ · کار در کلاس — نوشتن بردار برحسب دو بردار دیگر ... ۹

۱۴ صفحه ۷۶ · تمرین — رسم و محاسبه‌ی بردارهای ترکیبی ... ۹

۱۵ صفحه ۷۷ · تمرین — تجزیه‌ی وزن و محاسبه‌ی مختصات ... ۱۰

۱۶ صفحه ۷۸ · فعالیت — بردارهای واحد مختصات ۱۱

۱۷ صفحه ۷۹ · کار در کلاس — نوشتن بردار برحسب i و j ۱۲

۱۸ صفحه ۷۹ · فعالیت — بردار برحسب i و j و حل معادله‌ی برداری ... ۱۲

۱۹ صفحه ۸۰ · کار در کلاس — مختصات بردارهای ترکیبی ۱۳

۲۰ صفحه ۸۰ · تمرین — نوشتن با i و j و رسم بردارها ۱۳

۲۱ صفحه ۸۱ · تمرین — جهت بردار از روی علامت مختصات ... ۱۴

۲۲ صفحه ۸۱ · تمرین — روبات، جمع چند بردار، مسیر خودرو ... ۱۴

۲۳ صفحه ۸۲ · تمرین ترکیبی — بردار d، معادله‌ی برداری و بردار c ... ۱۵

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱ صفحه ۷۰ فعالیت

۱ــ شخصی در نقطه‌ی A ایستاده است. مسیر حرکت او برای رسیدن به نقطه‌ی B در شکل مشخص شده است. این مسیر را با دو بردار نشان دهید. این شخص با چه برداری به طور مستقیم به نقطه‌ی B می‌رسد؟ آن را رسم کنید.

مسیر طی‌شده از دو پاره‌خط جهت‌دار تشکیل شده است؛ هر پاره‌خط را با یک بردار نشان می‌دهیم (مثلاً بردار اول از A تا نقطه‌ی میانی و بردار دوم از نقطه‌ی میانی تا B). برای رسیدن مستقیم، برداری از A به B رسم می‌کنیم؛ این بردار حاصل‌جمع دو بردار مسیر است.

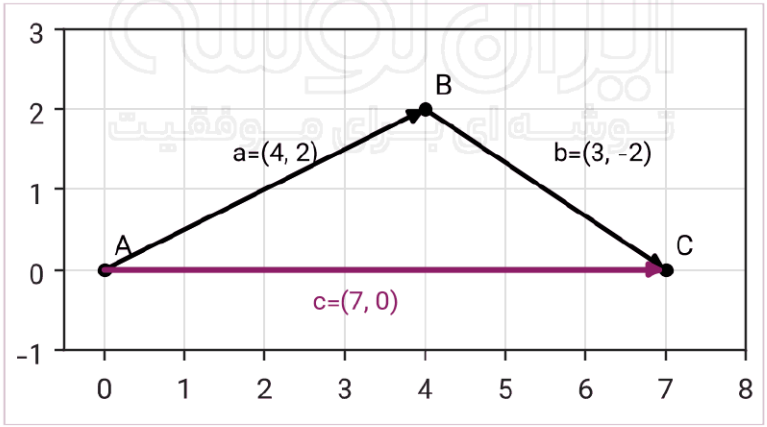
این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲ صفحه ۷۰ فعالیت

۲ــ روباتی فقط به صورت افقی یا عمودی حرکت می‌کند. این روبات اکنون روی نقطه‌ی A است. با فرمان (4, 2) ابتدا ۴ واحد به سمت راست (افقی) و سپس ۲ واحد به سمت بالا (عمودی) حرکت می‌کند. نقطه‌ی جدید را B نام‌گذاری کنید. روبات ما با فرمان (3, −2) از B به نقطه‌ی C می‌رسد. با چه فرمانی به طور مستقیم از نقطه‌ی A به C می‌رسد؟

۳ــ نقطه‌ی A ابتدا با بردار انتقال a به نقطه‌ی B و سپس با بردار انتقال b به نقطه‌ی C منتقل می‌شود. نقطه‌ی A با چه برداری به طور مستقیم به نقطه‌ی C منتقل شده است؟ نام آن را بردار c بگذارید. آیا می‌توانیم بگوییم بردار c کار دو بردار انتقال a و b را انجام می‌دهد؟ به بردار c بردار برایند یا حاصل‌جمع می‌گویند.

۴ــ مختصات بردارهای a، b و c را بنویسید. آیا بردار c با جمع دو بردار a و b برابر است؟



۲) نقطه‌ی B نسبت به A چهار واحد راست و دو واحد بالاست. از B با فرمان (3, −2) سه واحد به راست و دو واحد به پایین می‌رویم و به C می‌رسیم. مستقیم از A به C: 7 = 3+4 واحد به راست و 0 = (−2)+2 واحد در راستای عمودی؛ پس فرمان (7, 0) است.

۳) بله؛ بردار c که از ابتدای a به انتهای b رسم می‌شود، همان نتیجه‌ی دو انتقال متوالی است و برایند a و b نامیده می‌شود: c = a + b.

۴) a = (4, 2)، b = (3, −2) و c = (7, 0). مختصات برایند، جمع مختصات دو بردار است: (4, 2) + (3, −2) = c = (7, 0) = ((−2)+2, 4+3)؛ پس c = a+b. برای جمع بردارها: ابتدای b را روی انتهای a می‌گذاریم و برداری از ابتدای a به انتهای b رسم می‌کنیم.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

---

۳ | صفحه ۷۱ | کار در کلاس

در فعالیت قبل دیدید که اگر دو بردار a و b به صورتی باشند که ابتدای b در انتهای a قرار گیرد، برای رسم حاصل‌جمع یا برایند این دو بردار می‌توانیم برداری از ابتدای بردار a به انتهای بردار b رسم کنیم. ابتدا مشخص کنید کدام بردار، حاصل‌جمع دو بردار دیگر است؛ سپس برای هر شکل، یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی بنویسید.

در هر شکل، برداری که از ابتدای اولین بردار به انتهای آخرین بردار می‌رود برایند است. اگر آن را c بنامیم: جمع برداری a + b = c و جمع مختصاتی $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1+x_2, y_1+y_2)$.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

---

۴ | صفحه ۷۱ | فعالیت

۱ــ چهار بردار مساوی بردار a رسم کنید و مختصات همه‌ی بردارها را بنویسید.

۲ــ با توجه به اینکه بردارهای مساوی را می‌توان از نقطه‌های شروع مختلف رسم کرد، می‌خواهیم حاصل‌جمع بردارهای a و b را رسم کنیم. راه‌حل‌های این دو دانش‌آموز را توضیح دهید. (رضا: a + b = c، امیر: b + a = c)

۱) بردارهای مساوی هم‌جهت، هم‌راستا و هم‌اندازه‌اند؛ پس همه مختصات یکسانی با a دارند، هرچند ابتدای آنها در نقطه‌های مختلف باشد.

۲) رضا ابتدای b را روی انتهای a می‌گذارد و برایند را از ابتدای a تا انتهای b رسم می‌کند. امیر ابتدای a را روی انتهای b می‌گذارد و برایند را از ابتدای b تا انتهای a رسم می‌کند. هر دو به یک بردار c می‌رسند؛ یعنی a + b = b + a (خاصیت جابه‌جایی جمع بردارها)؛ شکل حاصل یک متوازی‌الاضلاع است و برایند قطر آن است.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

۵ صفحه ۷۲ فعالیت

۳ــ دانش‌آموزان برای پیدا کردن جمع سه بردار، راه‌حل‌های زیر را ارائه کرده‌اند. هر کدام را توضیح دهید:

رضا: (a+b)+c؛ حمید: a+(b+c)؛ محمد: a+b+c؛ سعید: c+b+a.

۴ــ راه‌حل‌های دانش‌آموزان برای پیدا کردن جمع دو بردار a و b را مشاهده و مقایسه کنید. (مریم، زهرا، فاطمه)

- **رضا:** ابتدا a+b را رسم می‌کند و سپس c را به آن می‌افزاید.
- **حمید:** ابتدا b+c را رسم می‌کند و سپس آن را به a می‌افزاید.
- **محمد:** سه بردار را پشت هم قرار می‌دهد (ابتدای هر بردار روی انتهای بردار قبلی) و برایند را از ابتدای اول تا انتهای آخر رسم می‌کند.
- **سعید:** ترتیب را عوض می‌کند و c, b, a را پشت هم می‌گذارد.

هر چهار روش به یک بردار می‌رسند؛ پس جمع بردارها هم خاصیت جابه‌جایی و هم خاصیت شرکت‌پذیری دارد. در روش‌های مختلف جمع دو بردار (مثلثی: ابتدا به انتها؛ متوازی‌الاضلاع: از ابتدای مشترک) برایند یکسان است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۶ صفحه ۷۲ کار در کلاس

۱ــ حاصل‌جمع بردارهای زیر را رسم کنید.

۲ــ جمع دو بردار قرینه، برابر بردار صفر است. بردار صفر را به صورت 0 نشان می‌دهیم و مختصات آن (0, 0) است. حاصل‌جمع بردارهای a، b و c چیست؟ چرا؟

۱) بردارها را پشت‌سرهم می‌گذاریم و برایند را از ابتدای اولی تا انتهای آخری می‌کشیم.

۲) اگر سه بردار پشت‌سرهم یک مثلث بسته بسازند (انتهای بردار آخر به ابتدای بردار اول برسد)، جابه‌جایی کل صفر است؛ پس a+b+c = 0 و مختصات حاصل (0, 0) است. همچنین a + (−a) = 0.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۷ صفحه ۷۳ فعالیت

۱ــ دو بردار در راستاهای آبی‌رنگ رسم کنید که جمع آنها بردار a باشد. به این کار تجزیه‌ی بردار می‌گویند. چند پاسخ مختلف می‌توان به دست آورد؟ چرا؟

۲ــ مختصات دو بردار را که حاصل‌جمعشان بردار (3, 4) باشد، بنویسید. پاسخ خود را با پاسخ‌های دوستانتان مقایسه کنید. به کمک هم، سه پاسخ مختلف دیگر بنویسید. فکر می‌کنید این مسئله چند پاسخ دارد؟

۱) فقط یک پاسخ؛ از ابتدای a خطی موازی با یکی از راستاها و از انتهای a خطی موازی با راستای دیگر می‌کشیم؛ نقطه‌ی برخورد این دو خط یکتاست و دو بردار تجزیه با آن مشخص می‌شوند.

۲) مثلاً (2, 3) + (1, 1)، (0, 4) + (3, 0)، (1, 2) + (2, 2)، (−2, −1) + (5, 5). هر دو بردار با مختصات (x, y) و (3−x, 4−y) جواب است؛ پس مسئله بی‌شمار پاسخ دارد.

۸ صفحه ۷۳ تمرین

۱ــ دو نفر در کنار رودخانه با دو طناب، قایقی را در خلاف جهت آب می‌کشند. الف) قایق به کدام سمت حرکت می‌کند؟ ب) اگر نیروی a بیشتر باشد، قایق به کدام طرف متمایل می‌شود؟

الف) قایق در جهت برایند دو نیرو، یعنی بین دو طناب و خلاف جهت آب، حرکت می‌کند. ب) اگر نیروی a بزرگ‌تر باشد، برایند به طرف a نزدیک‌تر می‌شود و قایق به سمت طنابی که با نیروی بیشتر کشیده می‌شود متمایل می‌شود.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۹ صفحه ۷۳ تمرین

۲ــ در هر شکل یکی از بردارها، حاصل‌جمع بردارهای دیگر است. برای هر شکل، یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی بنویسید.

۳ــ در هر تساوی، x و y را به دست آورید.

۲) برایند، برداری است که از ابتدای اول به انتهای آخر می‌رود؛ جمع برداری: a+b = c و جمع مختصاتی: جمع طول‌ها و جمع عرض‌ها.

۳) در تساوی مختصاتی، طول‌ها را با هم و عرض‌ها را با هم برابر قرار می‌دهیم؛ مثلاً از (x, y) + (5, 2) = (6, 1) نتیجه می‌شود x = 6−5 = 1 و y = 1−2 = −1.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۰ صفحه ۷۴ فعالیت

۱ــ در اینجا بردار حرکت یک خودرو در جاده رسم شده است. اگر این خودرو سه برابر مسافت کنونی در جهت مخالف حرکت کند، بردار حرکت جدید را رسم کنید.

۲ــ دو نفر سعی می‌کنند جعبه‌ی روبه‌رو را بکشند و به جای دیگری ببرند. نیرویی که نفر اول وارد می‌کند با بردار a و نیروی نفر دوم با بردار b نمایش داده شده است. با توجه به شکل، نیروی نفر دوم چند برابر نیروی نفر اول است؟ چرا؟

۳ــ در فعالیت‌های ۱ و ۲، هنگام رسم بردارهای جدید در مورد راستا و جهت و اندازه‌ی آن، چه نکاتی را رعایت کردید؟

۴ــ در هر شکل، مختصات بردارهای a و b را بنویسید. رابطه‌ی دو بردار a و b را با یک تساوی برداری (b = 2a یا a = (1/2)b) و یک تساوی مختصاتی نشان دهید.

۱) بردار جدید $-3v$ است: هم‌راستا با بردار اول، در جهت مخالف، و ۳ برابر آن بلندتر.

۲) اگر طول بردار b مثلاً دو برابر طول a و هم‌جهت با آن باشد، نیروی نفر دوم ۲ برابر نیروی نفر اول است؛ یعنی $b = 2a$ (نسبت طول‌ها را از روی شکل می‌شماریم).

۳) هنگام ضرب عدد k در بردار: راستای بردار تغییر نمی‌کند؛ اگر $k > 0$ جهت همان است و اگر $k < 0$ جهت عوض می‌شود؛ اندازه‌ی بردار $|k|$ برابر می‌شود.

۴) اگر $b = k \cdot a$، مختصات b برابر k برابر مختصات a است: $(x_b, y_b) = k(x_a, y_a) = (kx_a, ky_a)$؛ مثلاً $a = (2, 1)$ و $b = 2a = (4, 2)$.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۱ صفحه ۷۵ کار در کلاس

با توجه به بردارهای داده‌شده، بردار مورد نظر را رسم کنید: $b = 3a$، $y = -2x$، $b = (1/2)a$، $y = -(3/2)x$

برای رسم $k \cdot a$ طول بردار a را در $|k|$ ضرب می‌کنیم؛ اگر k مثبت باشد هم‌جهت و اگر منفی باشد در خلاف جهت a رسم می‌کنیم. مثلاً $3a$ هم‌جهت و ۳ برابر؛ $-2x$ خلاف جهت و ۲ برابر؛ $(1/2)a$ هم‌جهت و نصف؛ $-(3/2)x$ خلاف جهت و ۱٫۵ برابر.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

۱۲ صفحه ۷۵ فعالیت

۱ــ بردارهای a و b مفروض‌اند. بردار c = 2a+3b را رسم کنید. از نقطه‌ی دلخواه O بردارهای 2a و 3b را رسم کنید؛ سپس بردار حاصل‌جمع را پیدا کنید.

۲ــ بردارهای خواسته‌شده را رسم کنید: c = 2a−3b = 2a+(−3b)، z = 3x+2y.

ابتدا 2a را با دو برابر کردن طول a و 3b را با سه برابر کردن b رسم می‌کنیم. سپس ابتدای 3b را روی انتهای 2a می‌گذاریم و برایند را از ابتدای 2a تا انتهای 3b می‌کشیم. در مختصات: اگر $a = (a_1, a_2)$ و $b = (b_1, b_2)$، آنگاه $2a+3b = (2a_1+3b_1, 2a_2+3b_2)$. برای 2a−3b ابتدا −3b (سه برابر و خلاف جهت b) را رسم می‌کنیم.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۳ صفحه ۷۶ کار در کلاس

در هر شکل، بردار c را بر حسب بردارهای a و b بنویسید.

اگر برای رسیدن به انتهای c به اندازه‌ی m برابر a و n برابر b حرکت کنیم، c = ma + nb است؛ m و n را از روی شکل می‌شماریم (جهت مخالف ⇒ عدد منفی).

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۴ صفحه ۷۶ تمرین

۱ــ با توجه به بردارهای a و b، بردارهای c و d را رسم کنید: c = 3a+3b، c = 4a−2b، c = −3a−2b؛ d = −2(a+3b)، d = −a+4b، d = −a+5b

۲ــ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید (جمع و تفریق بردارهای مختصاتی).

۳ــ معادله‌های مختصاتی زیر را حل کنید.

۱) هر بردار را با ضرب عدد در بردار و سپس جمع (مثلثی) رسم می‌کنیم؛ مثلاً 3a+3b = 3(a+b) یعنی ۳ برابر برایند a و b.

۲، ۳) جمع و تفریق بردارها، و ضرب عدد در بردار، روی هر مختصات جداگانه انجام می‌شود: $(x_1, y_1) - (x_2, y_2) = (x_1-x_2, y_1-y_2)$؛ در معادله‌ی مختصاتی طول‌ها را با هم و عرض‌ها را با هم مساوی قرار می‌دهیم و x و y را جداگانه به دست می‌آوریم.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱۵ صفحه ۷۷ تمرین

۴ــ در شکل روبه‌رو، نیروی وزن جعبه، که روی سطح شیب‌داری قرار گرفته، نشان داده شده است. این بردار را روی دو امتداد رسم‌شده تجزیه کنید.

۵ــ با توجه به بردارهای a و b، مختصات بردار c را به دست آورید: برای a = (−2, 1) و b = (2, 3)، a = (1, 0) و b = (0, 1)؛ c = a−2b، c = 2a+3b، c = −3a+4b

۶ــ با توجه به بردارهای a و b و c، بردار d را رسم کنید: d = a+b−c، d = 2a−3b+c

۷ــ بردارهای داده‌شده را روی امتدادهای رسم‌شده تجزیه کنید.

---

۴) از ابتدای بردار وزن دو خط موازی با دو امتداد (امتداد سطح شیب‌دار و امتداد عمود بر آن) رسم می‌کنیم و از انتهای بردار خطوطی موازی با همان امتدادها؛ دو بردار تجزیه از ابتدای وزن تا نقطه‌ی برخورد روی هر امتداد به دست می‌آیند.

۵) با a = (−2, 1) و b = (2, 3) فرض شده:

- c = a−2b = (−2, 1) − (4, 6) = (−6, −5)
- c = 2a+3b = (−4, 2) + (6, 9) = (2, 11)
- c = −3a+4b = (6, −3) + (8, 12) = (14, 9)

با a = (1, 0) و b = (0, 1): a−2b = (1, −2)، 2a+3b = (2, 3)، −3a+4b = (−3, 4).

۶، ۷) مانند بخش‌های قبل، بردارها را با ضرب عدد و جمع (پشت‌سرهم قراردادن) رسم می‌کنیم؛ تجزیه با رسم خطوط موازی با امتدادها انجام می‌شود.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۶ صفحه ۷۸ فعالیت

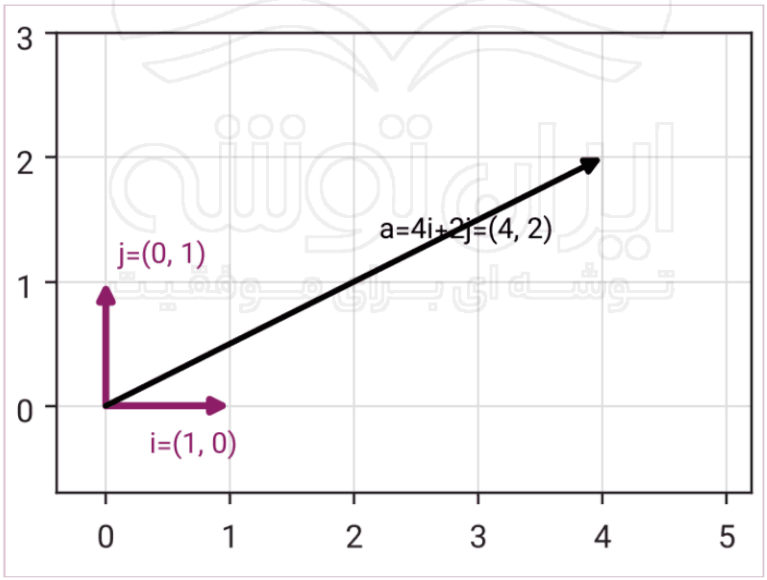
۱ــ برای اندازه‌گیری هر یک از مقدارهای زیر از چه واحدی استفاده می‌کنیم؟ طول، جرم، دما، زاویه، زمان.

۲ــ در محور زیر، واحد را نشان داده‌ایم. عددهای 2 و 1− را روی محور مشخص کنید.

۳ــ همان‌طور که ملاحظه کردید برای اندازه‌گیری و نمایش عددها روی محور به واحد نیاز داریم. برای نمایش بردار نیز به واحد نیازمندیم. این واحد باید از جنس بردار باشد. با توجه به اینکه بردار در صفحه‌ی مختصات با دو محور نمایش داده می‌شود به واحد روی هر دو محور نیاز داریم. در شکل روبه‌رو، بردارهای واحد روی هر دو محور مشخص شده‌اند: i و j. مختصات بردارهای واحد را بنویسید. بردار a = 4i+2j را رسم کنید. مختصات بردار a را بنویسید. مختصات بردار a را از رابطه‌ی a = 4i+2j = 4(1, 0)+2(0, 1) = (4, 2) به دست آورید.

کمیت	واحد
طول	متر
جرم	کیلوگرم
دما	درجه‌ی سلسیوس
زاویه	درجه
زمان	ثانیه

روی محور، عدد 2 دو واحد سمت راست صفر و عدد 1− یک واحد سمت چپ صفر است.



بردارهای واحد: i = (1, 0) (روی محور افقی) و j = (0, 1) (روی محور عمودی). بردار a = 4i+2j = 4(1, 0)+2(0, 1) = (4, 0)+(0, 2) = (4, 2)، یعنی ۴ واحد راست و ۲ واحد بالا.

۱۷ صفحه ۷۹ کار در کلاس

در هر قسمت، بردار داده‌شده را بر حسب i و j و سپس به صورت مختصاتی بنویسید.

اگر بردار m واحد افقی (راست مثبت) و n واحد عمودی (بالا مثبت) جابه‌جا شود، $v = m\cdot i + n\cdot j = (m, n)$ است؛ مثلاً ۳ واحد راست و ۲ واحد پایین: $3i-2j = (3, -2)$.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۸ صفحه ۷۹ فعالیت

۱ــ طرف دیگر هر تساوی را مانند نمونه کامل کنید. (نمونه: $(2, 3) = 2i+3j$? $= (-1, 3)$، ? $= (1, -1)$، $(-2, -2)$? =، $i+j$ = ?، $2i-j$ = ?، $2i-3j$ = ?

۲ــ معادله‌ی برداری زیر را دو دانش‌آموز حل کرده‌اند. مراحل راه‌حل آنها را با هم مقایسه کنید. (حمید و سعید)

۳ــ معادله‌های زیر را با روش مورد نظر خود حل کنید.

- $(-1, 3) = -i+3j$
- $(1, -1) = i-j$
- $(-2, -2) = -2i-2j$
- $i+j = (1, 1)$
- $2i-j = (2, -1)$
- $2i-3j = (2, -3)$

۲) حمید معادله را با نماد بردارهای واحد حل می‌کند: جمله‌ها را بر حسب i و j می‌نویسد، جمله‌های شامل x را در یک طرف جمع می‌کند و در نهایت به $x = -4i$ می‌رسد. سعید همان معادله را با مختصات حل می‌کند: بردارها را به صورت ستونی می‌نویسد، مختصات را جداگانه جمع و تفریق می‌کند و به $x = (-4, 0)$ می‌رسد. هر دو پاسخ یکی است ($(-4, 0) = -4i$)؛ روش سعید برای محاسبه آسان‌تر است.

۳) هر معادله را مانند روش سعید حل می‌کنیم: طول‌ها را جداگانه و عرض‌ها را جداگانه برابر می‌کنیم و x را پیدا می‌کنیم.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۹ صفحه ۸۰ کار در کلاس

اگر $a = 3i-2j$ و $b = i+2j$ باشد، مختصات بردارهای x و $y = -3a+4b$ را به دست آورید.

$a = (3, -2)$ و $b = (1, 2)$ (با این برداشت از شکل نوشتار).

$y = -3a+4b = -3(3, -2)+4(1, 2) = (-9, 6)+(4, 8) = (-5, 14)$.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۰ صفحه ۸۰ تمرین

۱ــ طرف دیگر تساوی‌ها را بنویسید. $a = (3, 7)$، $b = -2i+5j$، $c = (3, -2)$، $d = (-2, -4)$، $e = (-5, 0)$، $f = -2j$

۲ــ دو محور عمود بر هم رسم کنید و بردارهای واحد مختصات را روی آنها مشخص کنید. آنگاه بردارهای زیر را روی آن دستگاه مختصات رسم کنید و هر بردار را بر حسب بردارهای واحد i و j بنویسید. $a = (2, 1)$، $b = (-2, 3)$، $c = (5, -1)$، $d = (-6, -4)$

۳ــ با توجه به شکل زیر، مختصات بردار c را با دو روش زیر پیدا کنید. الف) رسم شکل و نوشتن مختصات c از روی شکل. ب) پیدا کردن مختصات a و b و قرار دادن آنها در تساوی $c = 3a+2b$. ویژگی‌های هر روش را بیان کنید. کدام روش برای رایانه‌ای شدن مناسب‌تر است؟ چرا؟

- $a = (3, 7) = 3i+7j$
- $b = -2i+5j = (-2, 5)$
- $c = (3, -2) = 3i-2j$
- $d = (-2, -4) = -2i-4j$
- $e = (-5, 0) = -5i$
- $f = -2j = (0, -2)$
- $a = (2, 1) = 2i+j$
- $b = (-2, 3) = -2i+3j$
- $c = (5, -1) = 5i-j$
- $d = (-6, -4) = -6i-4j$

۳) روش الف (شکل) شهودی است ولی دقت کمی دارد و برای بردارهای بزرگ یا پیچیده زمان‌بر است؛ روش ب (محاسبه‌ی مختصاتی) دقیق است و فقط به جمع و ضرب عددها نیاز دارد. روش ب برای رایانه مناسب‌تر است، چون رایانه شکل را «نمی‌بیند» ولی می‌تواند مختصات را جمع و در عدد ضرب کند.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۱ صفحه ۸۱ تمرین

۴ــ با توجه به علامت طول و عرض بردار، شکل تقریبی آن را مانند نمونه رسم کنید. (طول: −، +، −، +؛ عرض: −، −، +، +)

۵ــ اگر $a = 2i-3j$ و $b = (-1, ?)$ باشد، بردار x را از معادله‌ی $2x - j = ...$ پیدا کنید.

علامت طول	علامت عرض	جهت تقریبی بردار
منفی (−)	منفی (−)	پایین و چپ
مثبت (+)	منفی (−)	پایین و راست
منفی (−)	مثبت (+)	بالا و چپ
مثبت (+)	مثبت (+)	بالا و راست

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۲ صفحه ۸۱ تمرین

۶ــ یک روبات برنامه‌ریزی‌شده به صورت زیر از مبدأ مختصات حرکت می‌کند. با مشاهده‌ی سه حرکت اول این روبات، الگویی برای حرکت آن کشف کنید و توضیح دهید. روبات پس از حرکت پنجم به کدام نقطه می‌رسد؟

۷ــ حمیده با خود فکر می‌کرد که اگر چند بردار با هم جمع شوند، بردار حاصل‌جمع از همه‌ی آنها بزرگ‌تر است. آیا او درست فکر کرده است؟ با کشیدن شکل توضیح دهید.

۸ــ در صفحه‌ی شطرنجی زیر، یک خودرو با نقطه‌ی A مشخص شده است. این خودرو مسیری را طی کرده است تا به نقطه‌ی B برسد؛ در کل به اندازه‌ی چند واحد حرکت کرده است؟ خودرو از نقطه‌ی A به B در راستای عمودی چند واحد جابه‌جا شده است؟

۶) برای کشف الگو، مختصات حرکت‌های متوالی را می‌نویسیم و تفاوت‌ها را بررسی می‌کنیم؛ نقطه‌ی بعد از حرکت پنجم با ادامه‌ی همان الگو و جمع مختصات حرکت‌ها به دست می‌آید.

۷) خیر؛ حاصل‌جمع می‌تواند کوچک‌تر از بردارها باشد. مثلاً دو بردار هم‌اندازه و در خلاف جهت هم، مانند a و a−، برایند 0 (صفر) دارند؛ یا دو بردار با زاویه‌ی بزرگ بین آنها (در شکل متوازی‌الاضلاع) برایندی کوتاه‌تر از یکی از آنها می‌دهند.

۸) مجموع جابه‌جایی‌های مسیر را از روی خانه‌های شطرنجی می‌شماریم؛ جابه‌جایی عمودی A به B فقط اختلاف عرض دو نقطه است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۳ صفحه ۸۲ تمرین ترکیبی

۱ــ با توجه به بردارهای a و b و c، بردار d = 2a−3b+c را رسم کنید. (a = (2, 1)، b = (−2, 3)، c = (5, −1))

۲ــ اگر a = 2i−3j باشد و b = (−2, 3) و 2x − 3b = a ... بردار x را پیدا کنید.

۳ــ با توجه به شکل، مختصات بردار c = a − 2b را پیدا کنید.

۱) با a = (2, 1)، b = (−2, 3) و c = (5, −1):
d = 2a−3b+c = (4, 2) − (−6, 9) + (5, −1) = (4+6+5, 2−9−1) = (15, −8)؛ آن را با ضرب عدد در بردار و جمع‌کردن (پشت‌سرهم قراردادن) رسم می‌کنیم.

۲) برای حل 2x − 3b = a: 2x = a+3b و x = (a+3b)/2؛ مختصات را جداگانه محاسبه می‌کنیم: a = (2, −3)، 3b = (−6, 9) ⇒ a+3b = (−4, 6) ⇒ x = (−2, 3).

۳) مختصات a و b را از شکل می‌خوانیم و c = a−2b را مختصات به مختصات حساب می‌کنیم.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir